

Repetisjonshefte i **MATEMATIKK**

Tone Thyrhaug



Trøndelag
høyere yrkesfagskole

Velkommen til matematikk ved THYF

Innledning

Hva er hensikten med dette heftet?

Dette heftet er laget for deg som skal i gang med fagskolestudier innen tekniske fag – enten det er elektro, automasjon, bygg, mekaniske fag eller lignende. Kanskje er det lenge siden du hadde matematikk sist, kanskje føler du deg litt usikker, eller kanskje du bare vil friske opp det du allerede kan.

Målet vårt er å gi deg en trygg og motiverende start. Her finner du en praktisk og lettfattelig innføring i sentrale matematiske ferdigheter som du vil møte igjen i undervisningen – og som du allerede bruker mer enn du kanskje tror i arbeidslivet.

Hvordan bruker du dette heftet?

- Les de korte forklaringene – vi holder det enkelt og rett på sak.
- Se på eksemplene – de viser hvordan regningene gjøres, trinn for trinn.
- Se på videoene som det er lenket til.
- Løs oppgaver – prøv selv, og sjekk med fasiten som er helt bakerst.
- Ta deg tid – det er lov å lese flere ganger, gjøre feil, og prøve igjen.

Du bestemmer tempoet selv. Det er ingen prøver eller karakterer – bare mulighet til å lære og bli trygg.

Matematikk i praksis – Du kan mer enn du tror!

Mange tenker på skolematematikk som noe tørt og teoretisk. Men sannheten er:
Du bruker matematikk hver dag.

Eksempler fra arbeidshverdagen:

- Du beregner materialmengder og kostnader.
- Du vurderer målinger, forbruk og sikkerhetsmarginer.
- Du regner ut tid, vinkler, krefter, spenning, effekt, og mer.

Matematikk er verktøyet bak mye av det du allerede mestrer. Målet med dette heftet er å gjøre den matematikken tydelig, nyttig og forståelig – slik at du kan bruke det med trygghet, både på skolen og i yrkeslivet.

Velkommen inn i THYFs matematiske verden – vi heier på deg!

Innhold

1. Fortegnsregler – Pluss og minus med positive og negative tall.....	5
Hva betyr positivt og negativt tall?.....	5
Praktiske eksempler	5
Regler for fortegn.....	5
Andre læringsressurser	6
Oppgaver	6
2. Potenser og røtter.....	7
Hva er en potens? Hva er en kvadratrott?.....	7
Praktiske eksempler	7
Andre læringsressurser	8
Oppgaver	8
3. Regnerekkefølge.....	10
Husker du PEMDAS?.....	10
Eksempler med og uten parenteser	10
Andre læringsressurser	11
Oppgaver	11
4. Prosent – Grunnleggende forståelse.....	13
Hva betyr prosent?.....	13
Praktiske eksempler	13
Andre læringsressurser	14
Oppgaver	14
5. Vekstfaktor	17
Hva er en vekstfaktor, og hvordan bruker vi den?.....	17
Praktiske eksempler	17
Andre læringsressurser	17
Oppgaver	18
6. Prosentvis endring (økning og nedgang).....	20
Beregne prosentvis økning og nedgang	20
Forskjellen på <i>hvor mye</i> og <i>hvor mange prosent</i>	20
Praktiske eksempler	20
Å finne gammel verdi	21
Andre læringsressurser	21
Oppgaver	22

7. Bokstavregning.....	24
Hva betyr bokstavene i matematiske uttrykk?.....	24
Hvordan sette inn tall for bokstaver?.....	24
Eksempler	24
Andre læringsressurser	24
Oppgaver	24
8. Likninger – Finn det ukjente	27
Hva er en likning?	27
Løse enkle likninger steg for steg.....	27
Eksempler fra arbeidslivet.....	27
Andre læringsressurser	28
Oppgaver	28
9. Overslagsregning – Rask hoderegning.....	29
Hvorfor er overslag nyttig?.....	29
Eksempler: Beregne omtrentlig materialforbruk og prisoverslag.....	29
Tips til hoderegningsteknikker	29
Oppgaver	29
Andre læringsressurser	29
Fasit	31

1. Fortegnsregler – Pluss og minus med positive og negative tall

Hva betyr positivt og negativt tall?

Et positivt tall er større enn null og skrives uten fortegn (f.eks. 5 betyr +5). Et negativt tall er mindre enn null og skrives med et minustegn foran (f.eks. -5). På en tallinje ligger de positive tallene til høyre for null, og de negative tallene til venstre.



Praktiske eksempler

Eks

Temperatur: +5°C er fem grader over null, mens -5°C er fem grader under null.

Eks

Økonomi: Et overskudd kan vises som +10 000 kr, mens et underskudd kan vises som -10 000 kr.

Eks

Høyde: +50 meter kan være 50 meter over havet, mens -20 meter kan være 20 meter under havet.

Regler for fortegn

Når vi regner med positive og negative tall, gjelder noen enkle regler:

- Pluss og pluss gir pluss: $(+3) + (+2) = 3 + 2 = 5$
- Minus og minus gir pluss: $(-3) - (-2) = (-3) + 2 = -1$ (minus foran en minus blir pluss)
- Pluss og minus gir minus: $(+5) + (-3) = 5 - 3 = 2$
- Minus og pluss gir minus: $(+5) - (+3) = 5 - 3 = 2$
- Minus ganger minus gir pluss: $(-3) \times (-2) = 6$
- Pluss ganger minus gir minus: $(+4) \times (-2) = -8$

Det er viktig å skille mellom minus som angir et negativt tall og minus som angir en regneoperasjon.

Eks

På kontoen din står det -240,34 kr. Du ønsker ikke å ha negativ saldo, så du setter inn 500 kr. Hva er din nye saldo?

Løsning:

$$-240,34 + 500 = 259,66$$

Den nye saldoen er 259,66 kr.

Andre læringsressurser

Regningsarter og negative tall teori og film	
Oppgaver og aktiviteter	

Oppgaver

1.1 Regn ut

- a) $7 + (-3)$
- b) $(-8) + 5$
- c) $(-4) - (-2)$
- d) $6 \cdot (-3)$
- e) $(-5) \cdot (-4)$
- f) $-3 - 6$
- g) $-2 - (-4) + 6$
- h) $(-2) \cdot (-4)$
- i) $(-2) \cdot 3 \cdot 4$
- j) $12 : (-3)$
- k) $(-12) : (-2)$

1.2 En dag var temperaturen $8,0^{\circ}\text{C}$. Hva blir temperaturen hvis den...

- a) Øker med $5,0^{\circ}\text{C}$
- b) Minker med $10,5^{\circ}\text{C}$
- c) Først øker med $4,0^{\circ}\text{C}$, deretter minker med $5,5^{\circ}\text{C}$

2. Potenser og røtter

Hva er en potens? Hva er en kvadratroth?



En potens er en måte å skrive gjentatt multiplikasjon på. For eksempel betyr 3^2 at vi ganger 3 med seg selv 2 ganger: $3 \cdot 3 = 9$. Her er 3 grunntallet og 2 er eksponenten.

Kvadratroth er det motsatte av en kvadrert verdi. Kvadratroten av 9 er 3, fordi $3^2 = 9$.

Kvadratroth skrives slik: $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$.

Praktiske eksempler

Eks

Beregning av areal: Et kvadrat med sider på 5 meter har areal $(5\text{m})^2 = 5\text{m} \cdot 5\text{m} = 25\text{ m}^2$.

Eks

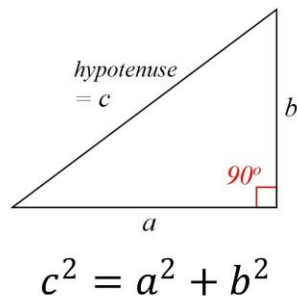
Beregning av volum: Et rom med lengde 2 m, bredde 3 m og høyde 4 m har volum $2\text{m} \cdot 3\text{ m} \cdot 4\text{m} = 24\text{ m}^3$.

Eks

Strøm og effekt i elektro: Formelen $P = \frac{U^2}{R}$ viser hvordan effekt kan beregnes ved å opphøye spenningen i andre og dele på resistansen.

Eks

I byggfag brukes kvadratroten for å finne lengden av en diagonal i et rektangel ved hjelp av Pythagoras' teorem (setning): $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.



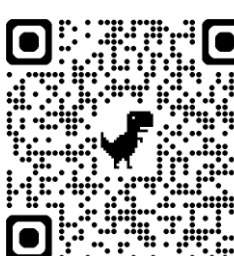
Eks

I automasjon kan man bruke potenser for å regne på sensornivå, måleenheter og signalforsterkning.

Eks

I mekaniske fag brukes potenser og røtter til bl.a. beregning av trykk og kraft.

Andre læringsressurser

Teori potenser	
Oppgaver og aktiviteter til potenser	
Teori kvadratrøtter	
Oppgaver og aktiviteter til kvadratrøtter	

Oppgaver

2.1 Regn ut

- a) 4^2
- b) $\sqrt{49}$
- c) 10^3
- d) $\sqrt{144}$
- e) 2^3
- f) 2^{-3}
- g) 1^3
- h) -1^3

- i) $(-1)^3$
- j) -1^2
- k) $(-1)^2$

2.2 En kvadratisk plate har side 12 cm. Hva er arealet?

2.3 En bygning har grunnflate $8\text{ m} \times 8\text{ m}$ og høyde 3 m. Hva er volumet?

2.4 Bruk formelen $P = \frac{U^2}{R}$

Hva er effekten hvis spenningen $U = 230\text{ V}$ og motstanden $R = 10\ \Omega$?

2.5 Hva er forskjellen på

- a) $(-a)^2$ og $-a^2$
- b) $(2a)^3$ og $2a^3$

3. Regnerekkefølge

Hva blir svaret på regneoppgaven $6 + 5 \cdot 2$?

Blir det 22 eller 16?

Det kan ikke være mer enn ett svar på en regneoppgave. Dermed så må vi ha regler som bestemmer rekkefølgen vi skal utføre regneoperasjonene i.

Husker du PEMDAS?

Et matematikkstykke skal få samme svar uansett hvem som regner det. Derfor er det noen regler som sier hvilken rekkefølge vi skal utføre regneoperasjonene i.

Tenk deg at du er og handler ei skjorte og to bukser. Skjorta koster 249 kr og buksene koster hver 649 kr. Hvor mye skal du da betale?

$$249 + 2 \cdot 649 = ?$$

Hvilken regneoperasjon skal du utføre først? Skal du ta $249 + 2$? Eller $2 \cdot 649$?

Hvor mye skal du betale? (svar: 1547 kr)

Når vi regner med flere regnearter i samme regnestykke, er det viktig å følge riktig rekkefølge for å få riktig svar. Her hjelper huskeregelen **PEMDAS** oss til å huske regnerekkefølgen:

1. **P** – Parenteser
2. **E** – Eksponenter (potenser og røtter)
3. **M/D** – Multiplikasjon og divisjon (fra venstre mot høyre)
4. **A/S** – Addisjon og subtraksjon (fra venstre mot høyre)

Husk: Multiplikasjon og divisjon er likeverdige, og vi regner dem i den rekkefølgen de står, fra venstre mot høyre. Det samme gjelder for addisjon og subtraksjon.

Tilbake til regneoppgaven vi startet med:

$$\begin{aligned} &6 + 5 \cdot 2 \\ &= 6 + 10 \quad \text{multiplikasjon har høyest prioritet} \\ &= \underline{\underline{16}} \end{aligned}$$

Digitale verktøy (herunder også kalkulator) skal være programmert til å følge regnerekkefølgen. Du må være nøye med hva du skriver inn, for verktøyet gjør bare det du gir det beskjed om.

Eksempler med og uten parenteser

Eks

Uten parenteser:

$$3 + 4 \cdot 2 = 3 + 8 = 11 \quad (\text{multiplikasjon først, deretter addisjon})$$

Eks

Med parenteser:

$$(3 + 4) \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14 \text{ (parentes først, deretter addisjon)}$$

Eks

Eksempel med alle regnearter:

$$\text{a) } 5 + 6 \cdot 2^2$$

$$= 5 + 6 \cdot 4 \quad \text{Potens}$$

$$= 5 + 24 \quad \text{Multiplikasjon}$$

$$= \underline{\underline{29}} \quad \text{Addisjon}$$

$$\text{b) } (5 + 6) \cdot 2^2$$

$$= 11 \cdot 4 \quad \text{Parentes}$$

$$= \underline{\underline{44}} \quad \text{Multiplikasjon}$$

Eks

Regn ut uten å bruke hjelpemidler:

$$5 + 2(3 + 1)^2$$

$$= 5 + 2 \cdot 4^2 \quad \text{Parentes}$$

$$= 5 + 2 \cdot 16 \quad \text{Potens}$$

$$= 5 + 32 \quad \text{Multiplikasjon}$$

$$= \underline{\underline{37}} \quad \text{Addisjon}$$

Andre læringsressurser

Regnerekkefølge teori og film	
Oppgaver og aktiviteter	

Oppgaver

3.1 Regn ut uten hjelpemidler

$$\text{a) } 8 + 2 \cdot 5$$

$$\text{b) } (8 + 2) \cdot 5$$

- c) $10 - 4 \cdot 3 + 6$
- d) $(10 - 4) \cdot (3 + 6)$
- e) $6 \cdot 3^2$
- f) $(6 \cdot 3)^2$

3.2 Regn ut uten hjelpemidler. Kontroller med hjelpemidler

- a) $15 - 3 \cdot 4$
- b) $2 \cdot 3 + 4 \cdot 2$
- c) $4 \cdot (3 + 5)$
- d) $4 + 2 \cdot (3 + 4)$
- e) $4 \cdot 2 + 3^2$
- f) $5^2 - 3 \cdot 4$

3.3 Regn ut uten hjelpemiddel. Kontroller med hjelpemidler

- a) $2(3 - 2) - 3(4 + 2) - 2(-3)$
- b) $-3(2 - 5) + 5(2 - 1) - 2(4 - 5)$
- c) $2(-3) - 4(6 - 2) + (-1)$
- d) $4(3 - 1) + 7(-2) - 3(2 - 4)$

3.4 Regn ut uten hjelpemiddel. Kontroller med hjelpemidler

- a) $-3^2(2 - 3) - (-2)(3^2 - 2)$
- b) $(4 - 3)5^2 + (3 - 5)(-1)$
- c) $(2^3 - 4)(3 - 2)(1 - 2)$

3.5 Regn ut uten hjelpemiddel. Kontroller med hjelpemidler

- a) $3^2 - 4^2$
- b) $\sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{49}$
- c) $3 \cdot (4 + 5) - (2 + 4) \cdot 2$
- d) $\sqrt{25} + 3^2$
- e) $\frac{5 \cdot 6}{3}$
- f) $\frac{8}{2} + \frac{4 \cdot 3}{6}$

4. Prosent – Grunnleggende forståelse

$$\begin{array}{ccccc} 30\% & = & \frac{30}{100} & = & 0,30 \\ \text{Prosent} & & \text{Brøk} & & \text{Desimaltall} \end{array}$$

Hva betyr prosent?

Prosent betyr *per hundre* og skrives med tegnet %. 50 % betyr 50 av 100, eller halvparten.

For å finne hvor mye en viss prosent er av et tall, bruker vi denne formelen:

Prosent av et tall = (prosent / 100) · tallet

Eksempel: 25 % av 200 kr = $(25 / 100) \cdot 200 = 0,25 \cdot 200 = 50$ kr.

Praktiske eksempler

Eks.

Rabatt: En drill koster 1200 kr. Det er 20 % rabatt. Hva er rabatten? Rabatten er $0,20 \cdot 1200 = 240$ kr.

Eks.

Moms: En vare uten moms koster 800 kr. Hva er prisen med 25 % moms?

Løsning:

Momsen er $0,25 \cdot 800 = 200$ kr, så totalpris er $800 + 200 = \underline{1000 \text{ kr.}}$

Eks.

Lønnsøkning: Du har 230 kr per time. Lønnen øker med 5 %. Hva blir din nye timelønn?

Løsning:

Økningen er $0,05 \cdot 230 = 11,50$ kr. Ny timelønn er $230 + 11,50 = \underline{241,50 \text{ kr.}}$

Eks.

Et par ski koster 3500 kr. De selges med 20 % rabatt.

Hvor stor er rabatten i kroner?

Hva er prisen du må betale?

Løsning:

Vi finner 20 % av 3500. $20 \% = 0,20$

$3500 \cdot 0,20 = 700$

Rabatten er 700 kr.

Prisen du må betale er $3500 \text{ kr} - 700 \text{ kr} = \underline{2800 \text{ kr.}}$

Alternativ løsning er å finne avslaget ved å gå veien om 1:

100 % er 3500.

1 % er da 35.

20 % er derfor 700 fordi $35 \cdot 20 = 700$

Rabatten er 700 kr.

Prisen du må betale er $3500 \text{ kr} - 700 \text{ kr} = \underline{2800 \text{ kr.}}$

Eks.

Under et salg ble noen varer solgt med 25 % rabatt.

For en vare tilsvarte dette 615 kr.

Hvor mye kostet denne varen før salget?

Løsning:

Vi kan finne prisen før salget ved å gå veien om 1. Vi tenker oss at prisen før var 100 %.

25 % tilsvarer 615.

1 % er da $\frac{615}{25} = 24,6$

100 % er derfor 2460.

Prisen før salget var 2460 kr.

Alternativ løsning:

Prisen før salget kaller vi x. Vi kan da skrive

$$x \cdot 0,25 = 615$$

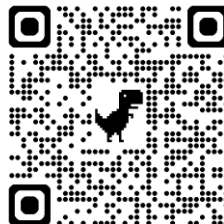
$$\frac{x \cdot 0,25}{0,25} = \frac{615}{0,25}$$

$$x = \frac{615}{0,25}$$

$$x = 2460$$

Prisen før salget var 2460 kr.

Andre læringsressurser

Prosent og prosentfaktor teori	
Prosent og prosentfaktor oppgaver	

Oppgaver

4.1 Hoderegning

1. 10% av 400kr
2. 10% av 500kr
3. 10% av 3000kr
4. 20% av 400kr
5. 20% av 300kr

6. 20% av 6500kr
7. 20% av 1300kr
8. 20% av 750kr
9. 10% av 125kr
10. 20% av 125kr
11. 5% av 400kr
12. 5% av 600kr
13. 5% av 250kr
14. 5% av 4500kr
15. 5% av 860kr
16. 20% av 800kr
17. 20% av 4500kr
18. 30% av 400kr
19. 30% av 600kr

4.2 Bruk kalkulator

- 1) 10% av 400kr
- 2) 13% av 500kr
- 3) 17% av 3000kr
- 4) 20% av 400kr
- 5) 50% av 300kr
- 6) 25% av 6500kr
- 7) 20% av 1300kr
- 8) 28% av 750kr
- 9) 10% av 125kr
- 10) 20% av 125kr
- 11) 5% av 400kr
- 12) 7% av 600kr
- 13) 9% av 250kr
- 14) 105% av 4500kr
- 15) 5% av 860kr
- 16) 20% av 800kr
- 17) 130% av 4500kr
- 18) 150% av 400kr
- 19) 125% av 600kr

4.3 Hvor mye er:

- a) 15 % av 400 kr?
- b) 30 % av 1200 kr?
- c) 5 % av 500 kr?

4.4 En spikerpakke koster 350 kr. Det er 25 % rabatt. Hva er ny pris?

4.5 En elektriker har 280 kr per time. Lønnen øker med 4 %. Hva blir den nye timelønnen?

4.6 En vare koster 600 kr uten moms. Hva blir prisen med 25 % moms?

4.7 Noen venner leier en hytte. Hytteleia er 2750kr. Alma skal betale 40%. Hvor mye skal Alma betale?

4.8 En skipakke ble satt ned med 35 % fra 3800 kr.

- a) Hvor stort var avslaget i kroner?
- b) Hvor mye må du betale?

4.9

- a) Anne kjøper en klippemaskin som opprinnelig kostet 1400kr. Hun får 20 % rabatt. Hvor stor er rabatten? Hvor mye betaler hun?
- b) En TV kostet 6400kr. Firmaet selger ut tv-en med 25 % rabatt. Hvor mange kroner utgjør rabatten? Hvor mye betaler hun?
- c) Målet på et vinkelstål skal være 6000mm. Ved produksjon blir lengden 1,6% lengre enn standard. Hvor langt blir vinkelstålet?
- d) Et stereoanlegg koster 7900kr. Butikken selger maskinene med 35 % rabatt. Hvor mye koster anlegget?

4.10 Tore og Tina baker pepperkaker til julemarkedet på skolen.
De mister et brett i gulvet og 14 pepperkaker knuser.
Det tilsvarer 17,5 % av alle pepperkakene.
Hvor mange pepperkaker har de bakt?

4.11 *Diskusjonsoppgave*

En butikk setter opp prisen på en vare med 20 %. Etter en stund har de salg og de setter ned prisen på den samme varen med 20 %. Hvilken av påstandene nedenfor er riktig?

- a) Varen koster mindre under salget enn den gjorde før prisen ble satt opp.
- b) Varen koster det samme under salget som den gjorde før prisen ble satt opp.
- c) Varen koster mer under salget enn den gjorde før prisen ble satt opp.

4.12 Prisen på en barnesykkel ble satt ned med 15 %. Dette utgjorde et avslag på 1575 kr. Hva kostet sykkelen opprinnelig?

5. Vekstfaktor

Hva er en vekstfaktor, og hvordan bruker vi den?

Vekstfaktor er et tall vi bruker for å regne ut ny verdi etter en prosentvis endring.

- Ved økning: Vekstfaktor = $1 + \text{prosentendring} / 100$
- Ved nedgang: Vekstfaktor = $1 - \text{prosentendring} / 100$

Ny pris = gammel pris · vekstfaktor

$$N = G \cdot V$$

Eks

En pris øker med 5 %. Vekstfaktoren blir $1 + 0,05 = 1,05$. Ny pris = gammel pris · 1,05.

Praktiske eksempler

Eks

Prisøkning: En kabelrull koster 500 kr. Prisen øker med 6 %. Hva blir den nye prisen?

Løsning:

Vekstfaktor = 1,06. Ny pris = $500 \cdot 1,06 = \underline{530 \text{ kr.}}$

Eks

Energibruk: Energibruk i en bygning reduseres med 15 %. Hva blir vekstfaktoren? Hvordan kan du finne ny energibruk?

Løsning:

Vekstfaktor = $1 - 0,15 = 0,85$.

Ny energibruk = gammel bruk · 0,85.

Eks

Avkastning på investeringer: Du investerer 10 000 kr med 8 % avkastning. Hvor stor blir den nye verdien?

Løsning:

Vekstfaktor = 1,08.

Ny verdi = $10\,000 \cdot 1,08 = \underline{10\,800 \text{ kr.}}$

Andre læringsressurser

[Vekstfaktor og prosentvis endring teori](#)



Vekstfaktor og prosentvis endring oppgaver	
Fra prosent til vekstfaktor og tilbake oppgaver	

Oppgaver

5.1 Hva er vekstfaktoren når prisen på en vare går opp med

- a) 5 % b) 12 % c) 15,5 % d) 0,5 %

5.2 Prisen på en vare ble satt opp med 15 % fra 800 kr

- a) Hva er vekstfaktoren?
b) Hva ble den nye prisen?

5.3 Hva er vekstfaktoren når prisen på en vare går ned med

- a) 5 % b) 15 % c) 12,5 % d) 0,7 %

5.4 Prisen på en barnesykkel er 3500 kr. I en kampanje blir prisen satt ned med 35 %.

- a) Hva er vekstfaktoren?
b) Hva ble den nye prisen?

5.5 En maskin koster 12 000 kr. Prisen øker med 7 %. Hva er den nye prisen?

5.6 Strømforbruket reduseres med 10 %. Det gamle forbruket var 8000 kWh. Hva er det nye forbruket?

5.7

- a) En investering gir 5 % avkastning. Hvor mye er investeringen verdt etter ett år hvis startbeløpet var 15 000 kr?
- b) Hvor mye er den samme investeringen verdt etter to år?
- c) Enn etter 8 år?

5.8 En vare koster 2000 kr. Prisen synker med 12 %. Hva er ny pris?

6. Prosentvis endring (økning og nedgang)

Beregne prosentvis økning og nedgang

For å finne prosentvis endring bruker vi denne formelen:

Prosentvis endring = (endring / opprinnelig verdi) ganger 100

Endring er forskjellen mellom ny verdi og gammel verdi.

- Ved økning: ny verdi er større enn gammel verdi.

- Ved nedgang: ny verdi er mindre enn gammel verdi.

Forskjellen på *hvor mye* og *hvor mange prosent*

- *Hvor mye* handler om selve beløpet eller mengden (f.eks. hvor mange kroner, hvor mange kWh).
- *Hvor mange prosent* handler om andelen av den opprinnelige verdien.

Eks

Prisen øker fra 400 kr til 500 kr. Hvor stor er endringen i kroner og i prosent?

Løsning:

Endring i kroner: 500 kr – 400 kr = 100 kr.

Prosentvis (endring) økning: $\frac{100 \text{ kr}}{400 \text{ kr}} \cdot 100 \% = \underline{\underline{25 \%}}$

Praktiske eksempler

Eks

Materialkostnader: En kabelrull kostet 1500 kr, og prisen øker til 1650 kr. Hvor mange prosent har prisen økt?

Løsning:

Endring i kroner: 1650 kr – 1500 kr = 150 kr.

Prosentvis endring (økning): $\frac{150 \text{ kr}}{1500 \text{ kr}} \cdot 100\% = \underline{\underline{10 \%}}$

Eks

Energibruk: Strømforbruket gikk ned fra 12 000 kWh til 10 800 kWh. Hvor mange prosent er reduksjonen?

Løsning:

Endring i kWh: 12000 kWh – 10800 kWh = 1200 kWh

Prosentvis endring (nedgang): $\frac{1200 \text{ kWh}}{12000 \text{ kWh}} \cdot 100 \% = \underline{\underline{10\%}}$

Eks

Lønn: Lønna øker fra 250 kr per time til 277 kr. Hvor mye er økningen, og hvor mange prosent er det?

Løsning:

Endring i kroner: 277 kr – 250 kr = 27 kr

Endring i prosent: $\frac{27 \text{ kr}}{250 \text{ kr}} \cdot 100 \% = \underline{\underline{10,8 \%}}$

Eks

Prisen på ei tomt gikk opp fra 825 000 til 935 000. Hva var vekstfaktoren? Hvor stor var prisøkningen i prosent?

Løsning:

$$N = G \cdot V$$

$$935000 = 825000 \cdot V$$

$$V = \frac{935000}{825000} = 1,133$$

Vekstfaktoren er 1,133.

Den nye prisen var 113,3 % av den opprinnelige prisen.

$$113,3 \% - 100 \% = 13,3 \%$$

Dette svarer til en økning på 13,3 %

Å finne gammel verdi

Eks

Amund fikk 7% økning i timelønna. Den nye timelønna ble 327 kr. Hva var den gamle timelønna?

Løsning:

$$100 \% + 7 \% = 107 \%$$

Vekstfaktoren er 1,07

$$N = G \cdot V$$

$$327 = G \cdot 1,07$$

$$\frac{327}{1,07} = \frac{G \cdot 1,07}{1,07}$$

$$\frac{327}{1,07} = G$$

$$305,6 = G$$

Den gamle timelønna var 305,6 kr

Andre læringsressurser

[Vekstfaktor og prosentvis endring teori](#)





Oppgaver

- 6.1** Prisen på en vare går opp fra 600 kr til 750 kr. Hva er prosentvis økning?
- 6.2** Strømforbruket synker fra 9000 kWh til 7650 kWh. Hva er prosentvis nedgang?
- 6.3** Lønna øker fra 280 kr per time til 308 kr per time. Hva er prosentvis økning?
- 6.4** En maskin koster 18 000 kr, og prisen reduseres til 15 300 kr. Hva er prosentvis reduksjon?
- 6.5** Prisen på en hammer ble satt ned med 25 % til 399 kr.
a) Hva er vekstfaktoren?
b) Hva var den opprinnelige prisen?
- 6.6** Energiforbruket for en husstand var 1300 kWh i juni 2024. Dette er 17 % lavere enn energiforbruket i juni 2023.
a) Hva er vekstfaktoren?
b) Hva var energiforbruket i juni 2023?
- 6.7** En lærling har en månedslønn på 22450 kr. Etter første halvår økte lønna med 5,35 %. Hva ble den nye lønna?
- 6.8** Per skal male en oljetank og kjøper inn 16 liter maling. Han bruker 93 % av malingen. Hvor mange liter blir igjen?
- 6.9** Ved en fartsmåling ble 364 bil er kontrollert. 24 % av bilene kjørte for fort. Hvor mange kjørte for fort?
- 6.10** En el-sykkel kostet 17500 kr. Et år senere ble den solgt med en reduksjon på 31% av kjøpesummen. Hvor mye ble den da solgt for?
- 6.11** I 2024 hadde en lærling 22450 kr i månedslønn de første 6 månedene. Deretter økte månedslønna til 26743 kr. Hvor mange prosent økte månedslønna?
- 6.12** Hilde kapper to lengder på 2550 mm av en bjelke på 6000 mm. Hvor mange prosent av bjelken blir til overs?

6.13 I 2021 ble en varebil kjøpt for 420000 kr. I 2024 ble bilen solgt videre for 175300 kr.
Hvor mange prosent hadde bilen falt i verdi?

7. Bokstavregning

Hva betyr bokstavene i matematiske uttrykk?

Bokstavene i matematikken representerer tall som vi ikke kjenner verdien på ennå. Vi bruker dem for å lage generelle regler og formler. For eksempel i formelen $A = l \cdot b$, står l for lengde og b for bredde. Bokstavene kan byttes ut med tall når vi kjenner verdiene.

Hvordan sette inn tall for bokstaver?

For å bruke en formel med bokstaver, setter vi inn de verdiene vi kjenner:

Eksempel: Hvis $A = l \cdot b$ og $l = 5$ og $b = 3$, så blir $A = 5 \cdot 3 = 15$.

Eksempler

Eks

Ohms lov: $U = R \cdot I$. Hvis $R = 4$ ohm og $I = 2$ A, så er $U = 4 \cdot 2 = 8$ V.

Eks

Areal av et rektangel: $A = l \cdot b$. Hvis lengde = 7 m og bredde = 2 m, da er $A = 7 \cdot 2 = 14$ m².

Eks

Volum av en kube: $V = s \cdot s \cdot s$. Hvis side $s = 3$ cm, så er $V = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ cm³.

Andre læringsressurser

Bokstavregning teori		
Bokstavregning oppgaver		

Oppgaver

7.1 Arealet til et rektangel er gitt ved $A = l \cdot b$. Finn arealet når...

- a) $l = 8$, $b = 5$. Hva er A ?
- b) $l = 12$, $b = 3$. Hva er A ?

7.2 Ohms lov gir følgende sammenheng mellom strøm, spenning og resistans: $U = R \cdot I$

- a) $R = 6$, $I = 1.5$. Hva er U ?
- b) $R = 10$, $I = 0.8$. Hva er U ?

7.3 Volumet til en terning er gitt ved $V = s \cdot s \cdot s$

a) $s = 4$. Hva er V ?

b) $s = 5$. Hva er V ?

7.4 Trekk sammen

a) $2a + 3b - a + 2b$

b) $2y + 3x + 2x + 2y$

c) $x + 3y - 3x - 3y$

d) $3b - 2a - 5a - 2b$

e) $a - 3b + 4a - 2a + 3b$

f) $3p + 5r - 3r - 2p + h$

7.5 Løs opp parentesen

a) $2(a + 2b)$

b) $3(x - 3y)$

c) $-3(x - y)$

d) $x - 2(2x - 3y)$

7.6 Løs opp parentesene og trekk sammen

a) $(12a - 4b) - 10a$

b) $2(x - 2y) + 3(x + y)$

c) $3(x + 1) + 2(x - 2)$

d) $3(a + b) - 2(a + b)$

e) $3(a + b) - 3(2 - b)$

f) $2(x - y) - (2x + 4y)$

7.7 Løs opp parentesene og trekk sammen

a) $a(a - 2)$

b) $a(2a - b)$

c) $x(x - 1) + x(x - 3)$

d) $x(x + y) - (xy - x^2)$

7.8 Løs opp parentesene og trekk sammen

a) $2(2a - 3) + a(2 - b) - 5(-b + 3)$

b) $b + b(5b - 2) - 4b(b + 1)$

c) $x - (2x - 3x^2) + x(x - 1)$

d) $3x^2 - x(2 - x) + x(y - x)$

7.9 Løs opp parentesene og trekk sammen

- a) $(x - 2)(x + 1)$
- b) $(a + 2)(a - 3)$
- c) $3x^2 + (x - 1)(2 - x) - (x - 1)(2 - x)$

8. Likninger – Finn det ukjente

Hva er en likning?

En likning er et regnestykke med et ukjent tall, som vi vanligvis kaller x . Likningen forteller oss at to sider er like. Målet er å finne verdien av x som gjør likningen riktig.

Eksempel:

$x + 3 = 7$ For å finne x , trekker vi 3 fra begge sider

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$\underline{x = 4}$$

Løse enkle likninger steg for steg

Eksempel 1:

$5x = 20$ Deler begge sider på 5 (for å få x alene)

$$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$$

$$x = \frac{20}{5}$$

$$x = 4$$

Eksempel 2:

$\frac{x}{4} = 6$ Ganger begge sider med 4 (for å få x alene)

$$\frac{x}{4} \cdot 4 = 6 \cdot 4$$

$$x = 24$$

Eksempler fra arbeidslivet

Eks

Beregning av kabelverrsnitt: Hvis strømmen $I = 20$ A og spenningen $U = R \cdot I$, hvor $R = 2 \Omega$, hva er U ?

Løsning:

$$U = 2 \cdot 20 = 40 \text{ V.}$$

Eks

Beregning av kraft: $F = m \cdot a$. Hvis masse $m = 10$ kg og akselerasjon $a = 3 \text{ m/s}^2$. Hvor stor er da krafta, F ?

Løsning:

$$F = 10 \cdot 3 = 30 \text{ N.}$$

Eks

Arbeidstid: Hvis timepris $p = 500$ kr og total betaling $B = p \cdot t$, hvor $B = 4000$ kr. Hvor mange timer t ?

Løsning: $t = 4000 / 500 = 8$ timer.

Andre læringsressurser

Likninger teori (ikke det står om løsninger med CAS)		
Grafisk løsning av likninger teori (vi skal lære om GeoGebra)		
Likninger oppgaver		

Oppgaver

8.1 Løs likningen:

- a) $x + 5 = 12$
- b) $4x = 28$
- c) $x / 3 = 9$

8.2 Bruk formelen $F = m \cdot a$.

$F = 50$ N, $m = 10$ kg. Hva er a ?

8.3 Bruk formelen $B = p \cdot t$.

$B = 6000$ kr, $p = 750$ kr per time. Hva er t ?

9. Overslagsregning – Rask hoderegning

Hvorfor er overslag nyttig?

Overslagsregning handler om å gjøre et raskt og grovt regnestykke i hodet for å sjekke om svaret gir mening.

Det er spesielt nyttig for å kontrollere om kalkulatoren eller regnestykket er riktig, og for å gjøre raske vurderinger i praktiske situasjoner.

Eksempel: Hvis du kjøper 9 varer til ca. 120 kr per stykk, kan du raskt regne $10 \cdot 120 = 1200$ kr som et overslag.

Eksempler: Beregne omtrentlig materialforbruk og prisoverslag

Eks

Materialforbruk: Du trenger 7 planker, hver ca. 2,9 meter. Et raskt overslag er $7 \cdot 3 = 21$ meter.

Eks

Prisoverslag: Prisen for 23 rør er 57 kr per rør. Et overslag: $20 \cdot 60 = 1200$ kr.

Tips til hoderegningsteknikker

- Rund opp eller ned til nærmeste enkle tall.
- Bruk kjente gangestykker som 5 ganger, 10 ganger, 20 ganger.
- Del opp tallene for enklere regning: 48 kan sees som $50 - 2$.
- Husk at det er bedre med et grovt, raskt overslag enn å regne feil med detaljer.

Oppgaver

9.1 Rund av og gjør et raskt overslag:

- a) $9 \cdot 48$
- b) $19 \cdot 62$
- c) $34 \cdot 87$

9.2 En pakke koster 298 kr, og du skal kjøpe 16 pakker. Hva er et godt overslag?

9.3 En rull med kabel er 94 meter. Du trenger omtrent 23 slike ruller. Hvor mange meter kabel er det omtrent?

Andre læringsressurser

[Overslagsregning og hoderegning \(teori\)](#)



[Oppgaver og aktiviteter](#)



Fasit

1.1	a)4 b)-3 c)-2 d)-18 e) 20 f)-9 g)8 h)8 i)-24 j)-4 k)6
1.2	a)13°C b)-2,5°C c)6,5°C
2.1	a) 16 b) 7 c) 1000 d) 12 e) 8 f) $\frac{1}{8}$ g) 1 h) -1 i) -1 j) -1 k) 1
2.2	144 cm ²
2.3	192 m ³
2.4	5290W
2.5	a) $(-a)^2 = (-a) \cdot (-a) = a^2$ $-a^2 = -a \cdot a = -a^2$ b) $(2a)^3 = (2a) \cdot (2a) \cdot (2a) = 8a^3$ $2a^3 = 2a \cdot a \cdot a = 2a^3$
3.1	a)18 b)50 c)4 d)54 e)54 f)324
3.2	a)3 b)14 c)32 d)18 e)17 f)13
3.3	a)-10 b)16 c)-23 d)0
3.4	a)23 b)27 c)-4
3.5	a)-7 b)0 c)15 d)14 e)10 f)6
4.1	40, 50, 300, 80, 60, 1300, 260, 150, 12,5, 25, 20, 30, 12,5, 225, 43, 160, 900, 120, 180
4.2	40, 65, 510, 80, 150, 1625, 260, 210, 12,5, 25, 20, 42, 22,5, 4725, 43, 160, 5850, 600, 750
4.3	a)60 b)360 c)25
4.4	262,5 kr
4.5	291,2 kr
4.6	750 kr
4.7	1100 kr
4.8	a)1330 kr b)2470 kr
4.9	a)280 kr 1120 kr b)1600 kr 4800 kr c)6096 mm d)5135 kr
4.10	80
4.11	(diskusjonsoppgave)
4.12	10500 kr
5.1	a)1,05 b)1,12 c)1,155 d)1,005
5.2	a)1,15 b)920 kr
5.3	a)0,95 b)0,85 c)0,875 d)0,993
5.4	a)0,65 b)2275 kr
5.5	12840 kr
5.6	7200 kWh
5.7	a)15750 kr b)16537,5 kr c)22161,83 kr
5.8	1760 kr
6.1	25 % (økning)
6.2	15 % (nedgang)
6.3	10 % (økning)
6.4	15 % (nedgang)
6.5	a)0,75 b)469,11 kr
6.6	a)0,83 b)1566,27 kWh
6.7	23651 kr
6.8	1,12 l
6.9	87
6.10	12075 kr
6.11	19,1 %
6.12	15%
6.13	58,26 %

7.1	a)40 b)36
7.2	a)9 b)8
7.3	a)64 b)125
7.4	a)a+5b b)5x+4y c)-2x d)-7a+b e)3a f)h+p+2r
7.5	a)2a+4b b)3x-9y c)-3x+3y d)-3x+6y
7.6	a)2a-4b b)5x-y c)5x+1 d)a+b e)3a+6b-6 f)-6y
7.7	a)a ² -2a b)2a ² -ab c)2x ² -4x d)2x ²
7.8	a)6a-ab+5b-21 b)b ² -5b c)4x ² -2x d)3x ² -2x+xy
7.9	a)x ² -x-2 b)a ² -a-6 c)3x ²
8.1	a)7 b)7 c)27
8.2	5 m/s ²
8.3	8
9.1	a) Rund 48 til 50. $9 \cdot 50 = 450$ b) Rund 19 til 20 og 62 til 60. $20 \cdot 60 = 1200$ c) Rund 34 til 30 og 87 til 90. $30 \cdot 90 = 2700$
9.2	Rund 298 til 300. $16 \cdot 300 = 4800$ kr
9.3	Rund 94 til 100: $23 \cdot 100 = 2300$ mete